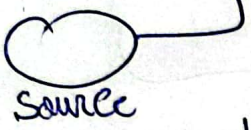
# Signal & Information

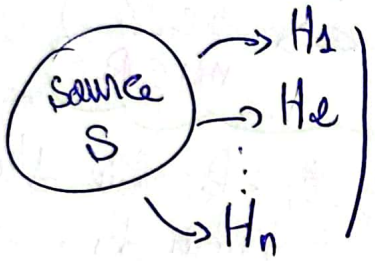
Qté d'inf : $H = \log_B\left(\frac{1}{p}\right) = -\log_B(p)$ ← base




base b : $B = e \Rightarrow H = -\log_e(p) = -\ln(p)$ (Nat ou bit)

$B = 10 \Rightarrow H = -\log_{10}(p)$ (Décin / Hartley)

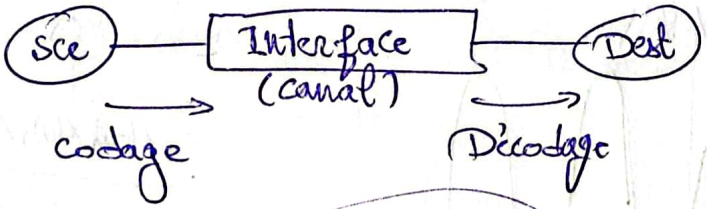
$B = e \Rightarrow H = -\log_e(p)$ (Hegon ou Binon)




Qté d'inf. Moy. $= \sum_i p_i H_i$

Entropie $= -\sum_i p_i \ln(p_i)$

Entropie (Caractère discontinu)




paramètre d'efficacité : $\eta_{code} = \frac{H}{H_{max}}$ ← Qté d'inf. max. obtient lorsque les événements sont équiprobable.




utiliser / créer un signal qui portera l'information

support d'information — ses variations seront dictées par les variations de l'information

* Signal monodimensionnel ⇔ $x(t)$

Exp: parole

* Signal Bidimensionnel ⇔ $x(t_1, t_2)$

Exp: Image

* Signal Tridimensionnel

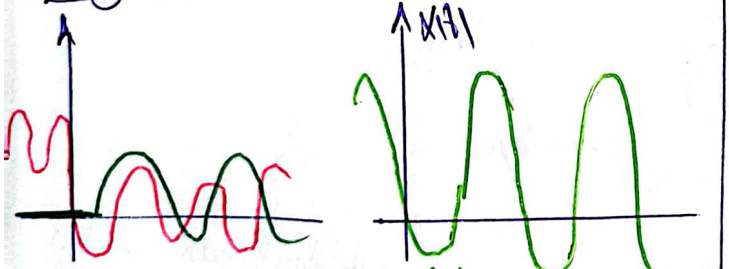
ces signales presente plusieurs variations de type:

## -1- Fct à TCVC (temps continu à valeurs continu)

→ Il s'agit d'un signal Analytique.

TCVC ⟺ $t \in \mathbb{R}$ (Temps réel), $x(t) \in \mathbb{R}$ (valeurs)

signaux mesurable c-à-d réel



fct réel (sinusoïdale réel)

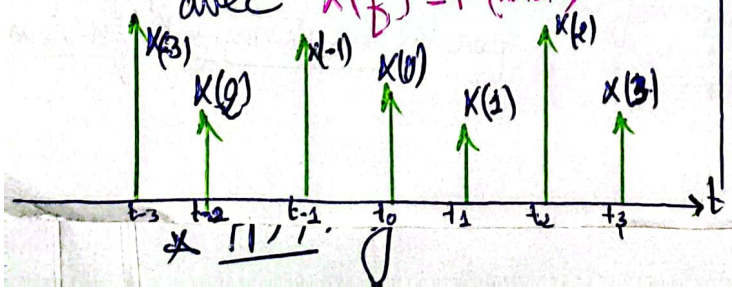
$x(t) = A \exp(j\omega t + \varphi)$

↳ signal complexe (ne peut pas mesurer dans le cas précédent)

$x(t)$ réel ⟺ Système Hermitienne

⟺ $x(t) \xleftrightarrow{TF} X(f) = X^*(-f)$

avec $X(-f) = F(x(t))$




## -2- Fct à TDVC (temps discontinu à valeurs continu)

TDVC ⟺ $t \in \mathbb{Z}$, $x(t) \in \mathbb{R}$

* pour tout $t = t_i$ : le choix d'axe valeurs des ordonnées

$x_i = x(t_i)$ : un signal échantillonnée.

axe des abscisses → $\{\ldots, t_{-2}, t_{-1}, t_0, t_1, \ldots\}$

$\ldots, x(-1), x(0), x(1), x(2) \ldots$ séq. des valeurs

séquence de valeurs échantillonnées.

## Fct à TCVD (temps continu à valeur de discontinu)

précise les valeurs de X par une flèche pour signifier qu'il s'agit d'un échantillon



TCVD $\Leftrightarrow \forall t \in [t_i, t_{i+1}[$, $X(t) = cte$

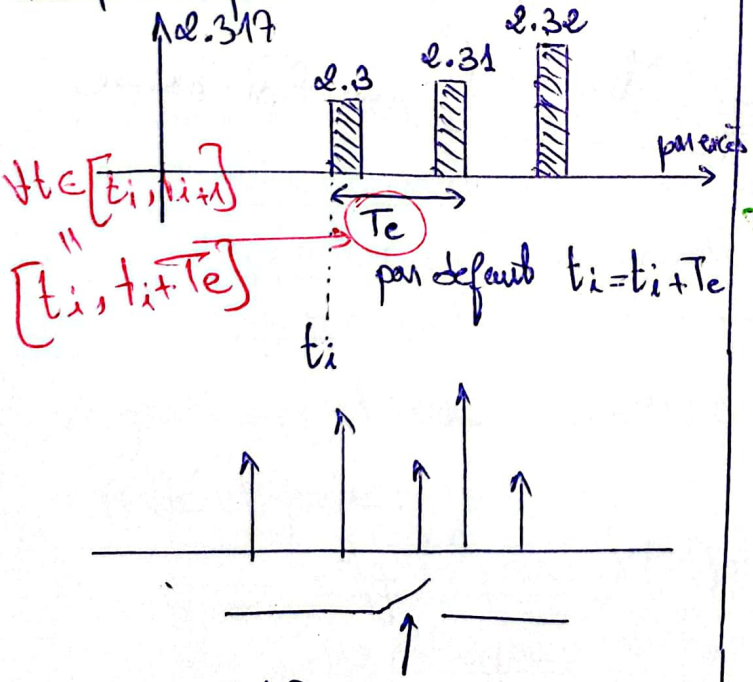
↳ s'obtient en cas de quantification

(cherche à approximer une valeur réel $X_i$ par $\hat{X}_i = X \pm \Delta X$

Exp : $X = 2{,}313$ mV

↳ $\hat{X} = 2.3$ ou $2.3e$

En pratique :

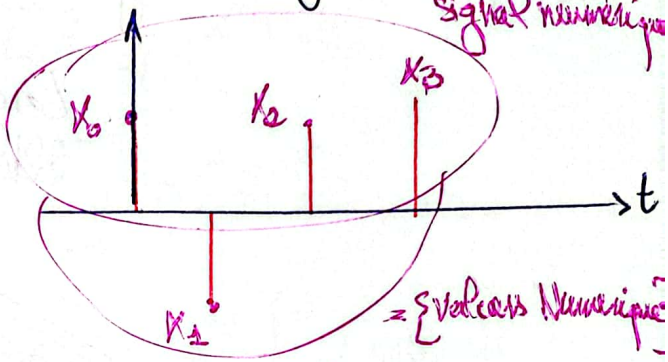



Autemps variable, passés de $T_i$ à $T_{i+1}$ à $t_i$ : on maintient la valeur cst à une valeur $\hat{X} = X_i \pm \Delta X$

## 4 - Fct à TDVD

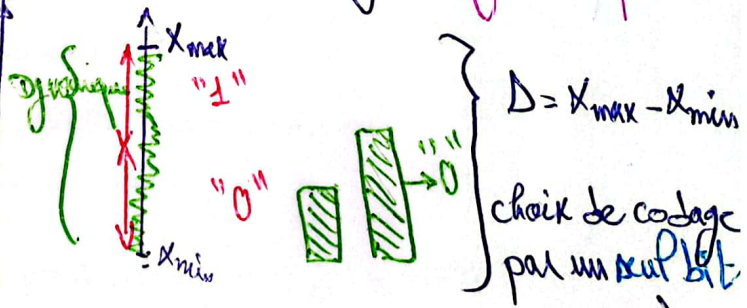
TDVD $\Leftrightarrow \forall t \in \mathbb{N}, X(t) \in \mathbb{Z}$

- opérer un balayage discontinu
- on réfère à de valeur discontinu du signal




* pour un codage Numérique : tout valeur $X_i$ approximé devenir $\hat{X}_i$ quand remplacera par le code adopté,

Echelle de codage : Dynamique




l'opérateur répartit l'échelle de codage en 2 moitiés :

$-X_{min} \longrightarrow \frac{X_{max} + X_{min}}{2} \longrightarrow$ code par "0" binaire

$\frac{-X_{max} + X_{min}}{2} \longrightarrow X_{max} \longrightarrow$ "1" binaire

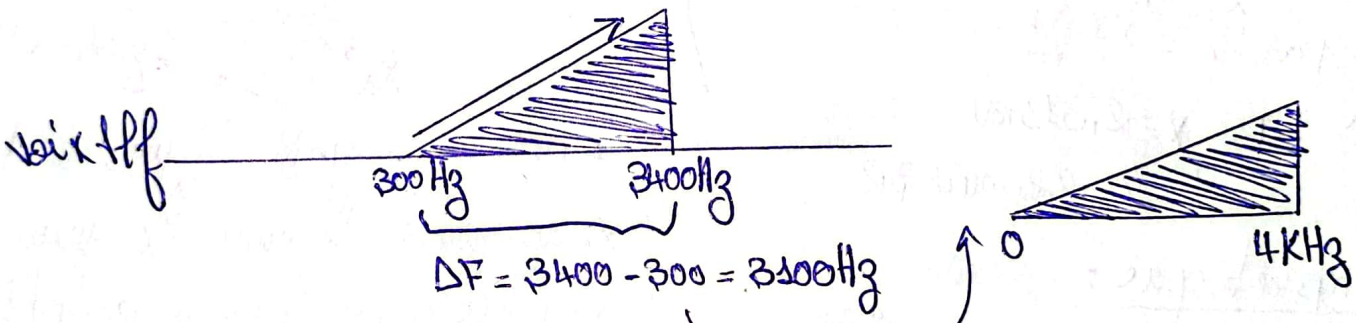
## * TDVD :

• en 2 bits (amélioration de la précision) → 00, 01, 11, 10.
4 plage

* pour avoir obtenir la précision désiré on refaira cette opération de division dichotomie : on définie une valeurs prélevé :

Dynamique $\Delta = x_{max} - x_{min}$ qui était répartie en $2^n$ plage différente lorsqu'on désire codage sur n bits : plage $q = \frac{\Delta}{2^n} = \frac{x_{max} - x_{min}}{2^n}$

Largeur de plage élémentaire (Quantum)




Chaque échantillon de parole sur 8 bits (8 élémentaire)

voix téléphonique classique

* Le signal $x(t)$ sur $[t_1, t_2]$

Moyenne : $X = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t)\, dt$

Valeur quadratique Moyenne $= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\, dt$

Valeur efficace $x_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\, dt}$

Energie totale d'un signal : $W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$

puissance Moyenne d'un signal : $P_x = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

Puissance Moy d'un signal périodique : $P_x = \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt$

---

* Causalité : $x(t) = 0$ pour tout $t < 0$

signal causal : $x(t) = 0$ pour tout $t > 0$

sig. anti-causal : non causale dans les autres cas.

sig. non-causal : ——————.

* signal à support borné : si $x(t) = 0$ pour tout $|t| > t_0$ avec $t_0$ Cst

* Parité et symétrie :

- sig. réel pair : $X(-t) = x(t)$ (sym. % axe des ordonnées)
- sig. réel impair : $x(-t) = -x(t)$ ( —————— d'origine)
- sig complexe de conjugué sym. : $X(-t) = x^*(t)$
- sig complexe de conjugué antisym. : $X(-t) = -x(t)$

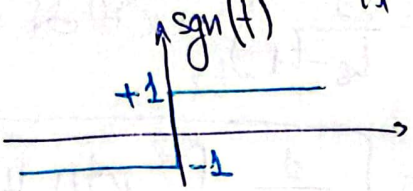
* **Produit scalaire :** $\langle x(t), y(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} x(t) y(t)\, dt$

↳ vérifie la symétrie Hermitienne : $\langle x(t), y(t) \rangle = \langle y(t), x(t) \rangle$

* **Norme :**

$$\|x(t)\|^2 = \langle x(t), x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} x(t).\overline{x(t)}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2\, dt = W$$

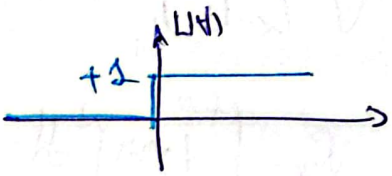
* **signe :**




$sgn(0) = 0 \longrightarrow$ signal impair

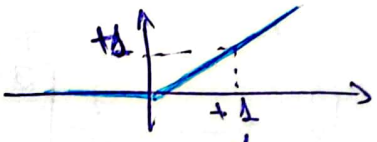
$$sgn(t) = \frac{1}{|t|} = \begin{cases} -1 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

* **Echelon :**




$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

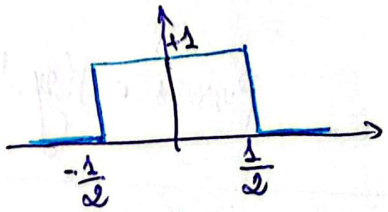
* **Rampe :**



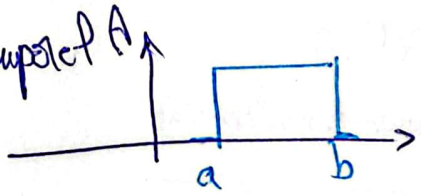

$$r(t) = t\,u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ t & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(t)\, dt$$

* **Rectangle :** $rect(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |t| > \frac{1}{2} \\ 1 & \text{si } |t| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$




Décalage temporel A




$$\left( \frac{t - \frac{b+a}{2}}{b-a} \right)$$

centre

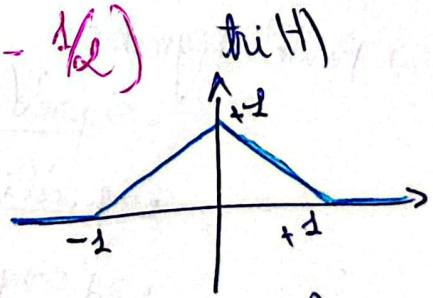
largeur

Rect × rect ⟹ signal à support borné

$$Rect(t) = u\left(t + \tfrac{1}{2}\right) - u\left(t - \tfrac{1}{2}\right)$$

* **Triangle :**

$$tri\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T} & \text{si } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |t| > 1 \end{cases}$$

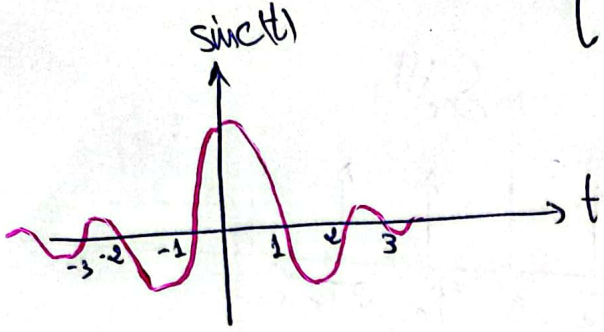



Exp : $tri\left(\frac{t-3}{3}\right)$

• triangle en 3 de largeur 6

$$A\left(\frac{t - centre}{\frac{1}{2}\,largeur}\right)$$

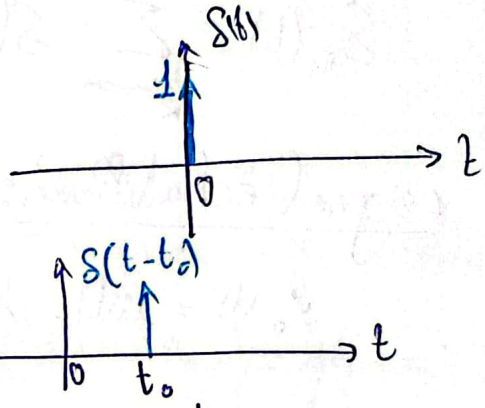
* **Sinus Cardinal :** $\text{sinc}(t) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} & \text{si } t \neq 0 \\ 1 & \text{si } t = 0 \end{cases}$




- $\text{sinc}(t) \neq 0$ ssi $t \in \mathbb{Z}^*$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}(t)\,dt = 1$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} (\text{sinc}(t))^2\,dt = 1$

* **Impulsion de Dirac :** $\delta(t) = 0$ si $t \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$




Décalage temporel de $t_0$

- **$\delta(t)$ & $u(t)$ :** $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$ car $\int_{-\infty}^{t} \delta(u)\,du = u(t) = \begin{cases} 0 \text{ si } t<0 \\ 1 \text{ si } t>0 \end{cases}$

- **$\delta(t)$ et rect(t) :** rect d'amp. $\frac{1}{A}$ de durée A lorsque A tend vers 0

$$\delta(t) = \lim_{A \to 0} \frac{1}{A} \text{rect}\left(\frac{t}{A}\right)$$

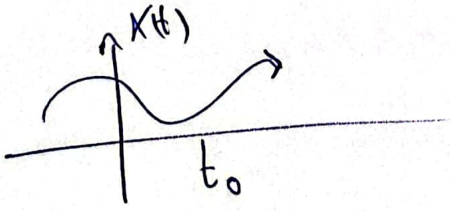
- **$\delta(t)$ & $\frac{d\,\text{rect}(t)}{dt}$ :** $\text{rect}(t) = u\left(t+\frac{1}{2}\right) - u\left(t-\frac{1}{2}\right)$

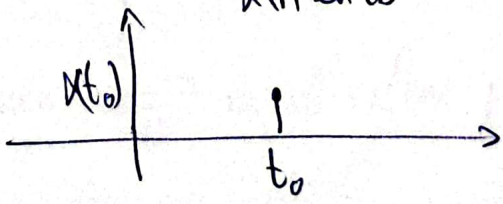
$$\Downarrow$$

$$\frac{d(\text{rect}(t))}{dt} = \delta\left(t+\frac{1}{2}\right) - \delta\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

⊛ $x(t)$ un sig continu en $t_0$ : $x(t) = x(0) - \delta(t)$ : on prélève l'échantillon de $x(t)$

$x(t).\delta(t-t_0) = x(t_0)\,\delta(t-t_0)$ : prélève l'échantillon en $t_0$ de $x(t)$

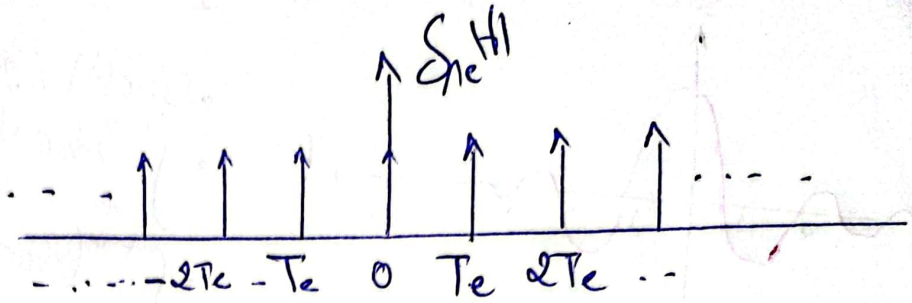



(7)

- **Intégration :** $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,\delta(t-t_0)\,dt = x(t_0)$

* **peigne de Dirac :**




$$\delta_{Te}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e)$$

* **signal échantillonné :** (signal $\times$ $\delta_{Te}$)

$$x_0(t) = x(t) \cdot \delta_{Te}(t) = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_e)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e)$$

## Linéarité :

SL : système linéaire  SNL : sys. Non Linéaire

SL ssi répond au Théorème de la superposition

ssi $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ et $\forall x_1, x_2$ $\Longrightarrow$ $\alpha x_1 + \beta x_2 \longrightarrow \alpha y_1 + \beta y_2$

## Invariance :

A tout décalage opéré en entrée correspondra un décalage en sortie

i.e. $x(n - n_0) \longrightarrow y(n) = [x(n-n_0)] = y(n-n_0)$

## Stabilité :

un système sera qualifié de stable ssi A tte entrée Bornée (EB) correspond une sortie Bornée (SB)

ssi $|x(n)| < +\infty \longrightarrow y(n) < +\infty$

## un Sys. Statique : (ou sans mémoire) (Causal)

La sortie du sys s'exprime uniquement en f° de l'entrée courante

$y(t) = f(x(t))$ ou $f(n) = f(x(n))$

## un Sys. Dynamique : (ou à mémoire )

La sortie dépend d'une valeur donnée en f° de st° valeur passée ou future.

Exp: ① $y(t) = x^3(t)$ SS

si $t=1 \rightarrow y(1) = x^3(1)$

si $t=3 \rightarrow y(3) = x^3(3)$

si $t=2.2 \rightarrow y(2.2) = x^3(2.2)$

② $y(t) = x(t^3)$ SS

$\rightarrow y(1) = x(1)$ valeur c

$\rightarrow y(3) = x(27)$ valeur fu

$\rightarrow y(2.2) = x(2.2^3)$ valeur

future

③ $y(t) = u(t-3)$ SD

Sortie en fct

si $t=1 \rightarrow y(1) = u(1-3) = u(-2)$ valeur passé

$t=3 \rightarrow y(3) = u(3-3) = u(0)$ valeur passé

$t=2.2 \rightarrow y(2.2) = u(-0.8)$ valeur passé

## Les spectres en fréquence (purement réels)

Signifient des graphes concernant $f > 0$ seulement.

Une représentation en convention monolatérale.

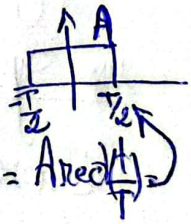
- $A\,\mathrm{sinc}(af)$ : spectre d'une f° sinus cardinal
- $e^{-f^2}$ : spectre en forme de Gaussienne.
- $\wedge(f/2) + \Pi_{rect}(f/4)$ : spectre par 2 formes:

$\Pi_{rect}(f/4)$

- rectangulaire d'amplitude, centré en $f=0$ et de base $\Delta F_1 = 4$
  ↳ étendu de $-1$ à $1$
- Triangulaire $\wedge(f/2)$, d'amplitude, centré en $f=0$ et de base $\Delta F_1 = 4$
  ↳ étendu de $-4$ à $4$.

Fourier : $\boxed{X(f) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt}$

par exp $x(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$



# Produit de convolution

pour $x_1(t)$ et $x_2(t)$ $\longrightarrow$ $x_3(t) = x_1(t) * x_2(t)$

$$= \int_{\mathbb{R}} x_1(\tau)\, x_2(t-\tau)\, d\tau$$

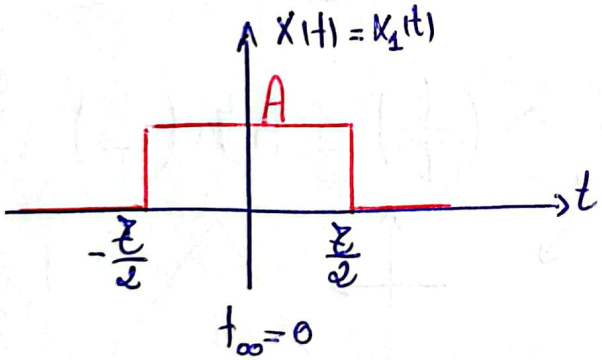
équivalent à un calcul d'aire ⟵

JP s'agit bien de l'aire comprise (sous) le graphe de la fonction considérée pour ce cas il s'agit bien d'une f°ct produit $x(\tau)\, x(t-\tau)$

Convolution de 2 portes rectangulaires de base T chacune :

$$x(t) = A\,\mathrm{rect}_T(t-t_0) = A\,\mathrm{rect}_T(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

donc $A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = A\begin{cases} 0 & \text{si } |t| > \frac{T}{2} \\ 1 & \text{si } |t| \leq \frac{T}{2} \end{cases}$




$$\Longleftrightarrow x_3(t) = A\,\mathrm{rect}_T(t) * A\,\mathrm{rect}_T(t)$$

$$= A^2\,\mathrm{rect}_T(t) * \mathrm{rect}_T(t)$$

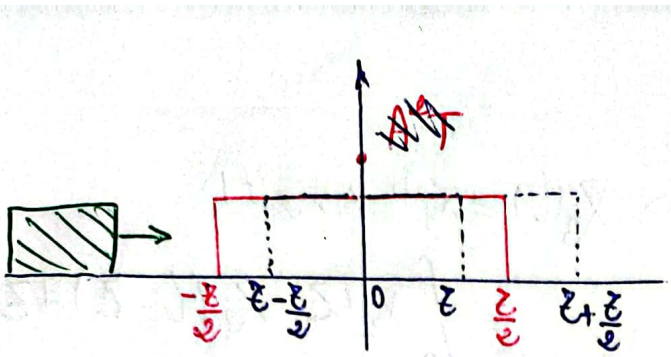
$$= A^2 \left\{ \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) * \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \right.$$

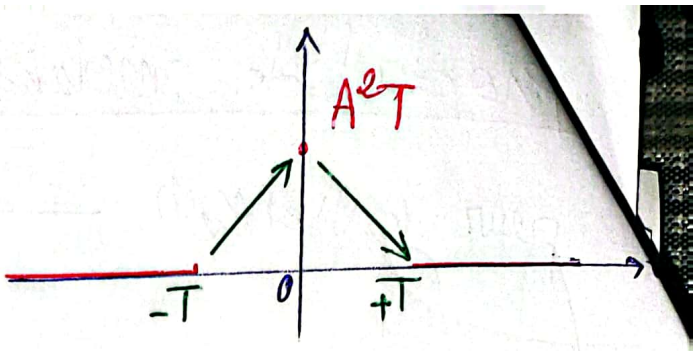
$$= A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{rect}\left(\frac{\tau}{T}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{t-\tau}{T}\right) d\tau$$

↳ on note que :

- l'un des termes $x_1$ s'écrit en f°ct du $\tau$. (JP dépend de $\tau$) se change avec $\tau$ changé
- le second terme $x_2$ s'écrit en f°ct de $t-\tau$ c-à-d dépend du $\tau$ ça

$$\Longrightarrow x_3(t) = A^2 \int_{\tau-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau = A^2(T-\tau) = A^2T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)$$




↳ Resultat de PC de deux Portes rectangulaire de base 2T.
(produit de convolution)

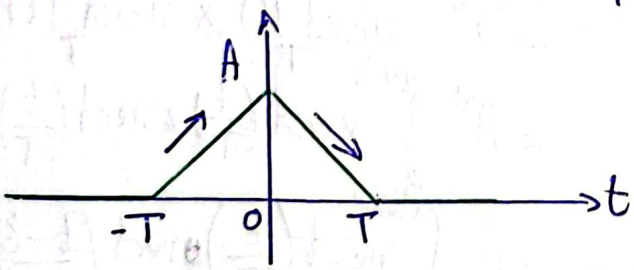
Pour A = T = 1, on verra l'eq 1-T.

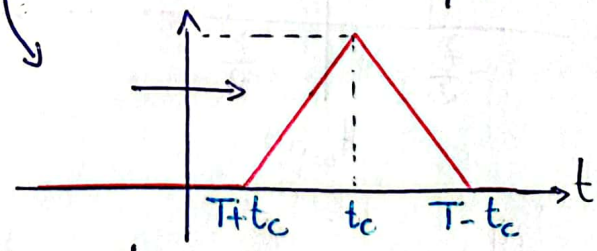
↳ Cette eq signifie une fct affine at+b Telle èq. $1 - \frac{t}{2}$ s'écrira aussi $(1 + \frac{t}{2})$ quand on déplacera en sens inverse. Il s'agit d'une fct Linéaire affine définit Le signal Triangulaire qu'on notera:

$$x(t) = \wedge_T(t) = \wedge\left(\frac{t}{T}\right) = 1 - \frac{|t|}{T}$$

Impulsion Triangulaire:

$$x(t) = A\,Tri_T(t) = A \wedge_T(t) = A \wedge\left(\frac{t}{T}\right) = A\,tri\left(\frac{t}{T}\right)$$

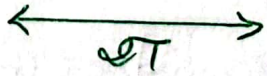



porte rect → Répartir T/2 à $t_c$

prode tri → Répartir T à partir de $t_c$

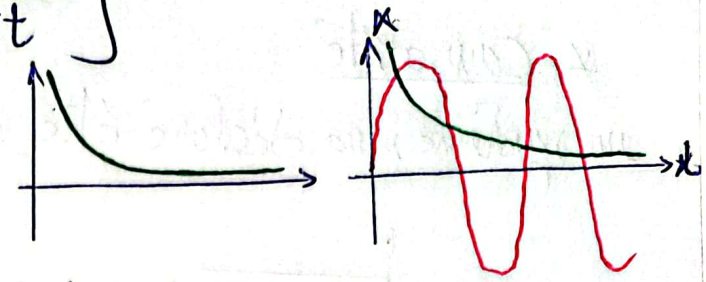


## Signal Sinus Cardinal

$$x(t) = A\,\mathrm{sinc}(t) \triangleq A\left[\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}\right]$$

$$x(t) = Ax\left(\frac{1}{\pi t}\right) \times \mathrm{sinc}(\pi t)$$



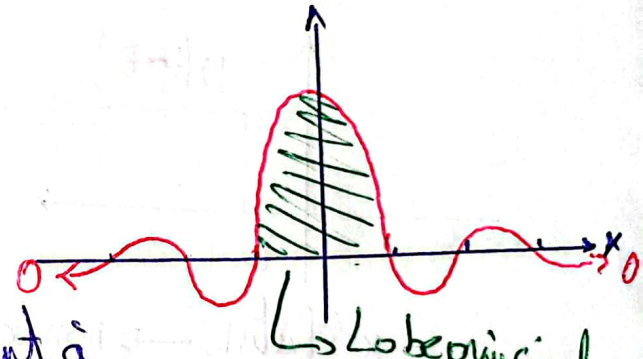
* $\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$ s'annule tous les multiples entier de $\pi$

$$\Leftrightarrow \forall k \in \mathbb{Z},\ \sin(\pi t) = 0,\ t = k$$

Par convention; prend une valeur 1 en $t = 0$

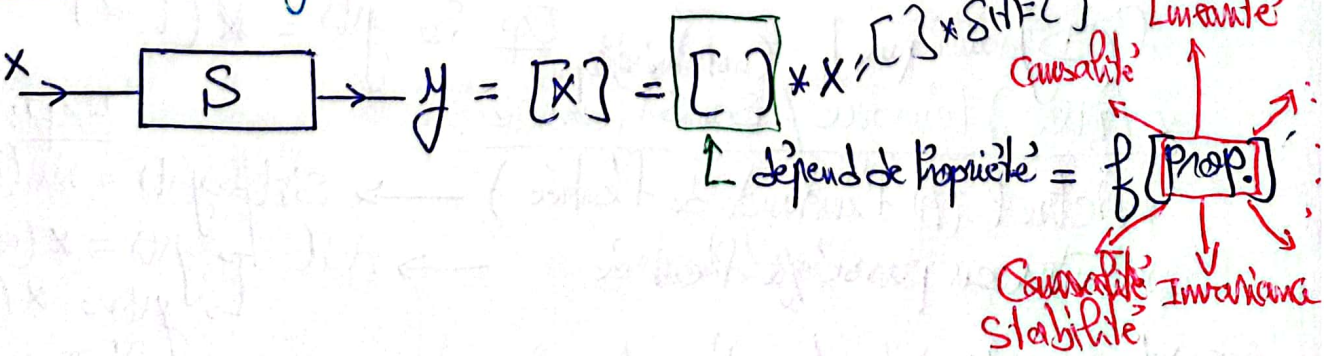
↳ De caractère : Lobe Principale entre $-1$ et $1$.

Lobe secondaire qui tendent disparaitre à l'$\infty$.




↳ Ce genre de signale est fréquement à rencontrent en Traitement de signal. Ainsi, l'interférence en signale il réflecte.

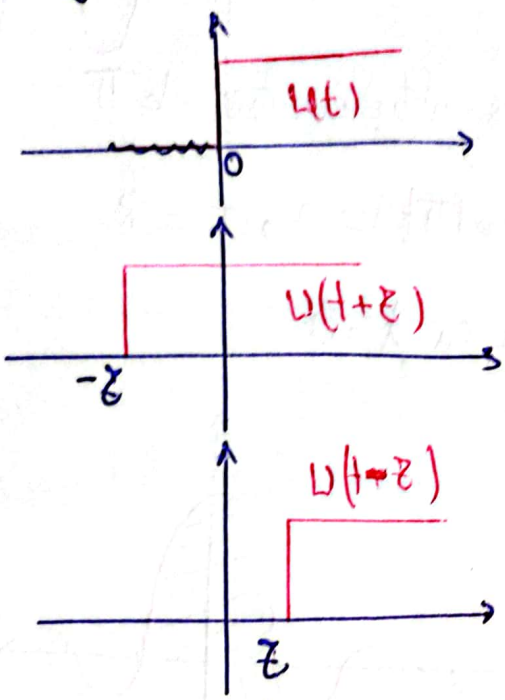
## Propriétés des systèmes:

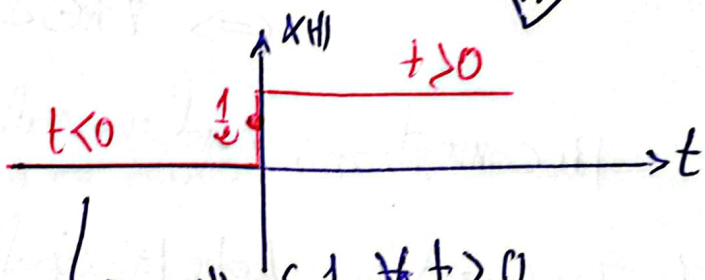


Linéarité
Invariant
Stabilité
} (p9)

* Causalité

un système sera déclaré être un système Causal ssi
- $\forall t<0 ; x(t)=0$
- $t=0, x(t)=1$ ou $x(t)=\frac{1}{2}$ (pas convenable)
- $\forall t>0 ; x(t)\neq 0$




$\hookrightarrow x(t)=\begin{cases}1 & \forall t\geq 0\\ 0 & \forall t<0\end{cases}$

* futur → non Causal (anticipatifs)
* passé, * Actuel → Causal

Exp: $S_1: y(t)=\sin(x(t+5))$

si la sortie $y(t)$ à $t_0$ dépend seulement de l'entrée en $t\leq t_0$

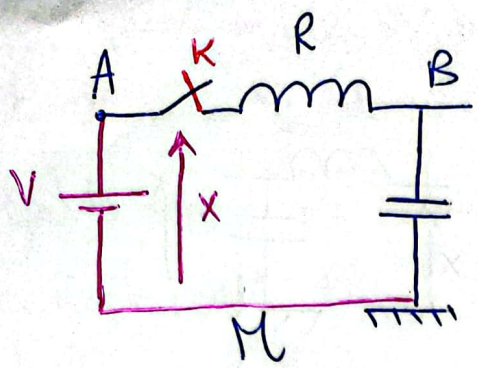
(Dynamique) (instantané statique) Exp $S_2: y(t)=x(t-2)$

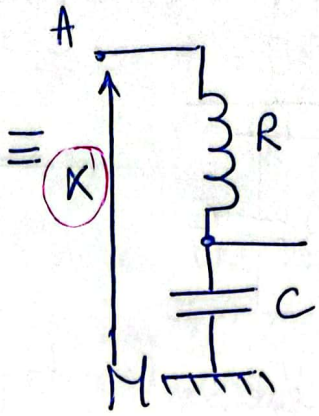
* Avec Mémoire / Sans Mémoire :

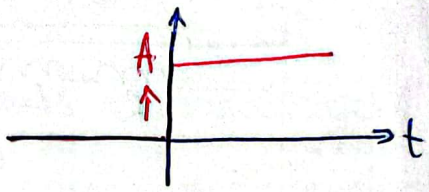
Exp:
* Actuel (à l'instant de l'entrée) → SM → $y(t)=\sin(x(t))+2$
* Futur ou passé /à l'entrée → AM → $y(t)=x(2t)$, $y(t)=x(t-5)$

① SM: $y(t)$ à $t=t_0$ dépend seulement des valeurs de l'entrée appliquées au instants $t_0$

* AM: $y(t)$ à $t_0$ dépend des valeurs de $x(t)$ aux instant passés ou futurs de $t_0$.




K fermé $\Longleftrightarrow$ Appliquer un échelon $u(t)$

$\Longleftrightarrow x(t) = A \cdot u(t) \longleftarrow TL \longrightarrow X(p) = A\,U(p)$

$\Longleftrightarrow X(p) = \frac{A}{p}$

$$\boxed{Y(p) = H(p) \cdot X(p)} = \left(\frac{Z_c(p)}{Z_c(p) + Z_R(p)}\right) X(p) = \left(\frac{\frac{1}{Cp}}{1 + R}\right) A\,U(p)$$

$$= \left(\frac{1/Cp}{\frac{1}{Cp} + R}\right) \cdot A\,U(p)$$

$$\boxed{Y(p) = \left[\frac{1}{RCp + 1}\right] \cdot \frac{A}{p}}$$

Soit pour : $\boxed{\tau = RC} \rightarrow Y(p) = H(p) \cdot X(p)$ avec $\boxed{H(p) = \frac{1}{1 + \tau p}}$

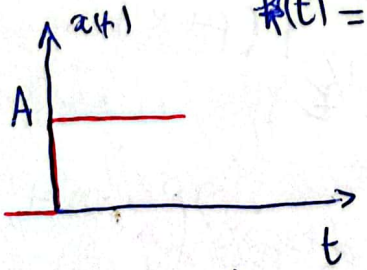
$$H(p) = \frac{1/\tau}{(p + 1/\tau)} \longleftarrow$$

$$= \frac{K}{p + K}$$

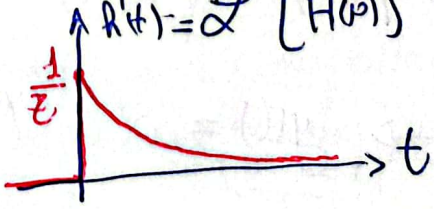
$H(p) \longleftarrow TL^{-1} \longrightarrow h(t) = RI = Ke^{-Kt}$

$h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$

$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(p)]$

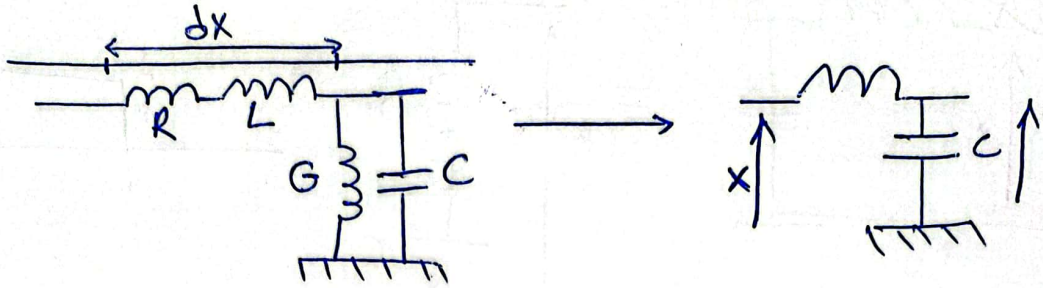



$\longrightarrow$ R, C $\longrightarrow$




$$\boxed{f^n = \frac{n!}{p^{n+1}}}$$

résistance (0) ⇒ court-circuit ⇒ circuit
résistance (+∞) circuit ouvert ⇒ circuit ouvert




⇒ Ce circuit RC ainsi que son homologue LR définisse en faite un exemple de circuit intégrateur. Cette conclusion peut être réduite à partir d'une étude analytique qui détermine l'opérateur de Laplace à travers lequel on trouve que la sortie $Y(p) \# \frac{X(p)}{p}$ peut être déduit simplement (équivalente) à partir de circuit électrique RC ou LR. En effet, pour un RC par exemple on accède et la masse et sort au borne de C entre B et M ce qui définit un diviseur de tension qui indiquera une sortie $y(t)$ correspondre à une fraction de l'entrée $x(t)$.

on écrit en faite que : $\boxed{Y(p) = H(p) \cdot X(p)}$ $\left(H(p) = \frac{1}{1+\tau p}\right)$

l'image $X(p)$ correspond dans cette expression à image d'un echelon $A\,u(t)$ dans l'image est égale à $\frac{A}{p}$. Ceci on aura en conséquence une image $\boxed{Y(p) = H(p) \cdot X(p) = \frac{1}{1+\tau p} \cdot \frac{A}{p}}$

$$\hookrightarrow Y(p) = H(p) \cdot X(p) = \frac{1/\tau}{\left(p+\frac{1}{\tau}\right)} \cdot \frac{K}{p} \# \frac{K}{p(p+K)}$$

$$\hookrightarrow \boxed{y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y(p)) = V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Cette équation indique bien comment s'opère (s'effectue) la charge d'un condensateur. En effet on supposant C au repos (charge initial nulle), le condensateur aura une charge nulle

à $t = 0$ et la tension à ces bornes sera nulle. Ce qu'on peut écrire d'après la loi des mailles : $x(t) = V_E = V_R + V_c$, au départ à $t=0$ : $V_E = V_R$ ($V_C = 0V$) $\Rightarrow V_E(t) = 0 + V_R = RI = R\frac{dq}{dt}$

on fait la mesure que le temps augmente, un courant viendra charger C et à la limite porté tend vers l'infini, une charge sera atteindre et toute la tension d'entrée $x(t)$ sera transféré au borne de C

soit $x(t) = V_E(t) = 0 + V_c$ avec $V_c = \frac{q}{C}$

Exemple de capacité parasité evoqué peut concrétise une situation ou on viendra augmenté la fréquence de travail. (défini) Ceci laissera le charge circulé prés de la superficie de la conducteur. C'est l'effet de peau qui indiquera une capacité parasite apparaître au borne de R2. Ainsi,

$Z_c = \frac{1}{Cw} \longrightarrow 0$ lorsque $w \longrightarrow \infty$

$Z_c = \frac{1}{Cw} \longrightarrow +\infty$ lorsque $w \longrightarrow$

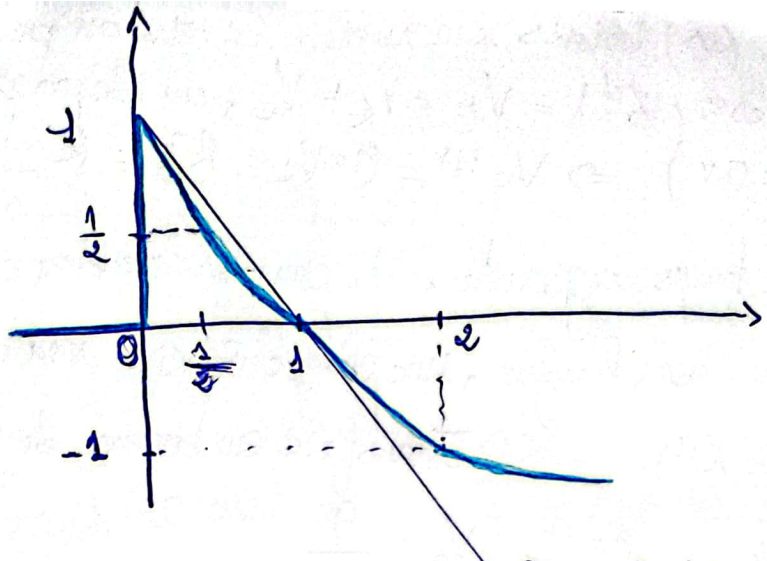
• si $Z_c \longrightarrow 0$ : on aura à (instant) observé un court circuit placé au borne de $R_2$ et tout l'entre sera transféré vers la sortie à travers $R_1$ qui servera à transfuré les hautes fréq.

• si $Z_c \longrightarrow +\infty$ : Ceci considera les basse fréq et on aura un simple diviseur de tension qui viendra un tension $y = V_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_E$.

~~(Cette situation basse~~

Ces situation HF et BF peut servire après dire le comportement de ligne dans les applications BF (c-à-d en reseaux locaux (urbain)) ou en appli HF en reseau interurbaine, nationaux et internationaux.

-3-




La reponse particulier choisi s'avère presenté une résolution imposé par le terme $\exp(-kt)$ bloque la droite $1-t$ emmontione partir vers $-\infty$.

EX soit le système elle linéaire en temps continue est temporairement pour le quel l'entrée LIT

$$y'' + y' - 2y = x \longrightarrow H(p)?$$

-1- Trouvé l'expression alg de la fct de transf $H(p)$.

-2- Discuter la relation de convergence $H(p)$ et la reponse impulsionnel $H(p)$ dans les 3 cas suivante:

1er cas: Système causal
- stable
- anti causal

} CV?

Rép:

1- Pour déduire $H(p)$, on pourra simplement recourir à Laplace qui ne servera une relation entre les images, Toute fois il ces images correspond à des terme qui exigent connaître dans le conditions initiales, en effet:

$$y(t) \longleftarrow TL \longrightarrow Y(p)$$

$$y'(t) \longleftarrow TL \longrightarrow pY(p) - y(0)$$

$\longrightarrow y(n) = \frac{1}{2} y(n-1) + x(n)$

RI $\Longleftrightarrow y(n) = \frac{1}{2} y(n-1) + \delta(0) = h_2(n)$

$= \frac{1}{2} y(n-1) + 1$

**EX** : Soit un système LIT caractérisé par la f° de Transfert : $H(p) = \frac{p+4}{p^2+5p+4}$

-1- Donner l'Eq. Diff reliant (Entrée - Sortie)

-2- Déterminer RI $h(t)$

-3- Sortie $y(t)$ ? Si $x(t) = e^{-4t}(1-t)u(t)$

**Rep :**

-1- $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \Longleftrightarrow Y(p) = H(p) \cdot X(p) = \left(\frac{p+4}{p^2+5p+6}\right) X(p)$

$\Longleftrightarrow p^2 Y(p) + 5p\,Y(p) + 6\,Y(p) = p\,X(p) + 4X(p)$

$\mathcal{L}^{-1}$

$$\boxed{y''(t) + 5\,y'(t) + 6\,y(t) = x'(t) + 4\,x(t)}$$

-2- RI $\longleftrightarrow x(t) = \delta(t) \longleftarrow \mathcal{L} \longrightarrow X(p) = 1$

$$Y(p) = H(p) \cdot X(p) \quad = H(p) = \frac{p+4}{p^2+5p+6}$$

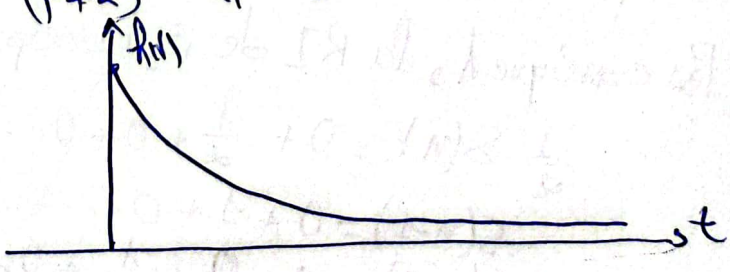
Il suffit ensuite de procéder à une Décomp. en élt simple pour déduire la RI : $h(t)$

$$\frac{p+4}{p^2+5p+1} = \frac{p+4}{(p+2)(p+3)} = \frac{a}{(p+2)} + \frac{b}{(p+2)} \longleftarrow TL \longrightarrow \alpha e^{-3t} + \beta e^{-2t}$$

$\Delta = 1 > 0$

$p_1 = -3$

$p_2 = -2$



## Exercice :

soient les deux systèmes :

$S_1 \longrightarrow y(n) = \frac{1}{2}x(n) + x(n-1) + \frac{1}{2}x(n-2)$

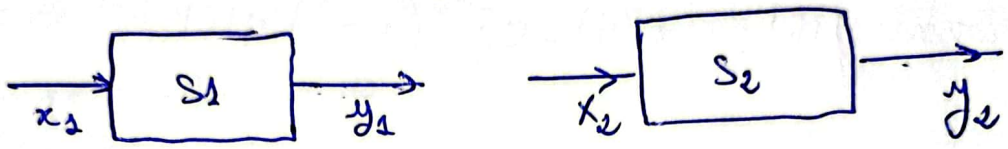
$S_2 \longrightarrow y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) + x(n)$ anti-causal.

RI : reponse impulsionel

-1- Calculer les RI de $S_1$ et $S_2$ ?

-2- Donner le graphe de la reponse des systèmes à $x(n) = \Gamma(n) - \Gamma(n-3)$
$= U(n) - U(n-3)$

-3- Etudier la stabilité des système?




## Rép :

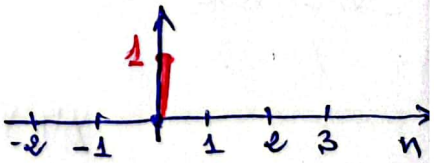
-1- Système Discrets : $S_1$ et $S_2 \longrightarrow$ RI : $h(n)$

De la même façon effectué pour le cas continue où on avais utilisé (effectué) la f° de transfert exprimé en la relation entré-sortie, pour le cas de système discret on exprime la relation entré-sortie de genre indiqué en $S_1$ et $S_2$.

on a en fait : $y(n) = [x(n)] = [\ ] * x(n)$

Par conséquent, on aura les RI $h_1(n)$ et $h_2(n)$

$S_1 \longrightarrow y(n) = h(n) = \frac{1}{2}\delta(n) + \delta(n-1) + \frac{1}{2}\delta(n-2)$




La réponse de $S_1$ s'obtient comme combinaison d'impulsion unité et d'impulsion decalé or telle impulsion prend valeur seulement à l'origine

Par conséquent, la RI de $S_1$ correspondera

$\frac{1}{2}\delta(n) = 0 + \frac{1}{2} + 0 + 0 \ldots$

$\delta(n-1) = 0 + 1 + 0 \ldots$

$\frac{1}{2}\delta(n-2) = 0 + 0 + \frac{1}{2} + 0 \ldots$

$\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}$ (1)

$pY(p) - y'(0)$

Ainsi, on se fixera de se donné les cond initial $y(0)$ et $y'(0)$ ou pour simplifie le supposé nulle. c-à-d $y(0) = y'(0) = 0$

on se placons dans ce cas simple, on aura donc,

$$\left(H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}\right)$$

$$p^2 Y(p) + p Y(p) - 2 Y(p) = X(p)$$

$$\hookrightarrow H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{p^2 + p - 2} = \frac{1}{(p-1)(p+2)}$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{p-1} - \frac{1}{p+2}\right]$$

La convergence de système ainsi définie, on considèra.

un système causal - stable et anti-causal est ceci amène distingue chacun des cas evoqué :

1er cas : sys. causal :

Le cas causal s'obtiendra en supposant le système, présenté une fct de transfert $H_1(p) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{p-1}$ stable

2ème cas : sys stable